

基于薄层单元的拉杆转子接触界面 动力学建模及修正

缪 辉¹, 臧朝平¹, 罗欣洋², 王晓伟¹, 梁 波²

(1. 南京航空航天大学 能源与动力学院, 南京 210016;

2. 南京机电液压工程研究中心 航空机电系统综合航空科技重点实验室, 南京 211106)

摘 要: 为了研究具有复杂接触界面拉杆转子系统的动力学特性, 发展了基于薄层单元的拉杆转子接触界面动力学建模及修正方法。采用线性本构关系的薄层单元模拟转子部件的复杂接触关系, 基于模态试验数据, 运用分层模型修正方法对预紧状态下拉杆转子部件接触面的连接刚度进行识别, 通过识别的薄层连接参数建立拉杆转子动力学预测模型。将拉杆转子动力学预测模型的结果与试验数据进行对比分析, 结果表明: 采用线性本构关系薄层单元能够模拟拉杆预紧状态下接触界面的力学特性, 修改薄层单元弹性模量能够模拟接触界面的法向刚度和切向刚度; 修正后转子模型与测试结果的最大频率误差为 0.6%, 平均频率相对误差为 0.25%, 修正后模型能预测实际结构的振动响应。

关 键 词: 拉杆转子; 动力学建模; 薄层单元; 模型修正; 刚度识别; 动力学预测

中图分类号: V228; T231.92

文献标志码: A

Dynamic modeling and updating for contact interface of rod fastening rotor based on thin-layer element

MIAO Hui¹, ZANG Chaoping¹, LUO Xinyang²,
WANG Xiaowei¹, LIANG Bo²

(1. College of Energy and Power Engineering,

Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China;

2. Aviation Key Laboratory of Science and Technology on Aero Electromechanical System Integration, Nanjing Engineering Institute of Aircraft Systems, Nanjing 211106, China)

Abstract: In order to study the dynamic characteristics of a rod fastening rotor system with complex contact interfaces, a method for dynamic modeling and updating of a rod fastening rotor system with contact interfaces is developed based on thin layer elements. The contact relationship of the rod fastening rotor parts was simulated by the thin layer element of linear constitutive relationship. Based on modal test data, the connection stiffness of contact interfaces of the rotor parts of pre-tighten status was identified by the hierarchical model updating method, and then the dynamic prediction model of the rod fastening rotor system was established via the identified connection parameters of the thin layer elements. The dynamic predictions of the rod fastening rotor were compared with the experimental data. Re-

收稿日期: 2019-03-21

基金项目: 国家自然科学基金委员会与中国工程物理研究院联合基金(U1730129); 国家自然科学基金(11372128)

作者简介: 缪辉(1987—), 男, 博士生, 主要从事结构动力学研究。E-mail: miaohui@nuaa.edu.cn

通信作者: 臧朝平(1963—), 男, 教授、博士生导师, 博士, 主要从事结构动力学与测试方面的研究。E-mail: c. zang@nuaa.edu.cn

引用格式: 缪辉, 臧朝平, 罗欣洋, 等. 基于薄层单元的拉杆转子接触界面动力学建模及修正[J]. 航空动力学报, 2019, 34(9): 1927-1935. MIAO Hui, ZANG Chaoping, LUO Xinyang, et al. Dynamic modeling and updating for contact interface of rod fastening rotor based on thin-layer element[J]. Journal of Aerospace Power, 2019, 34(9): 1927-1935.

sults show that the mechanical properties of the contact interfaces under the pre-tightening state of the tie rod can be simulated by using the thin-layer elements with linear constitutive relation, and the normal and tangential stiffness of the contact interfaces can be simulated by modifying elastic modulus of the thin-layer elements. The maximum frequency error and the average frequency relative error between the updated rotor model and the test data were 0.6% and 0.25%, respectively, and the updated model can predict the vibration responses of its actual structure.

Key words: rod fastening rotor; dynamic modeling; thin-layer element; model updating; stiffness identification; dynamic prediction

拉杆转子通过一根或多根拉杆把若干个叶轮压紧组合成一体,具有质量轻、热容量小、易装配、刚度好等优点,在航空燃气轮机和地面重型燃气轮机中得到了广泛应用^[1]。拉杆转子装配后,轮盘间的粗糙接触界面使转子结构不再连续,降低了结构局部刚度,增加了系统阻尼,使拉杆转子的动力学建模变得异常复杂,因此要准确预测其动力学特性,必须考虑接触界面的影响^[2]。

拉杆转子接触界面特性的动力学建模一直是拉杆转子动力学研究的热点和难点。最初,采用传统的连续整段转子模型对拉杆转子进行动力学建模,忽略拉杆接触面及预紧力对结构的影响,这种方法获得的模型对实际结构的动力学特性进行准确预测十分困难。随着接触力学和有限元理论的发展,非线性接触算法和界面单元法越来越多地应用到接触界面的动力学建模^[3]。前者从非线性角度对接触问题进行力学建模,采用接触算法判别接触状态,并通过迭代计算结构的响应,该方法对计算机性能要求较高,为提高求解效率需对模型进行大量缩减,因而计算结果的准确性有待验证,且在复杂结构中应用较为困难^[4-5]。而后者可对复杂的接触关系进行线性化处理,简化了分析模型,降低了计算规模,因而在工程中得到广泛应用,常见的有弹簧单元、Iwan 模型、虚拟材料单元、接触单元和薄层单元等^[6]。对于拉杆转子接触界面的动力学建模,采用较多的主要有弹簧阻尼模型,文献^[7-10]通过弹簧阻尼模型建立拉杆转子接触界面的动力学模型,由于接触界面特性受到接触面材料、表面形貌、预紧力、尺寸和形状等诸多因素影响,采用弹簧阻尼模型对其进行模拟仍然存在一些不足:①对于特定接触面,弹簧阻尼单元的数量和分布没有确切的准则;②各弹簧阻尼模型相互独立,无法模拟接触面的相互作用,也无法考虑其法向和切向特性的相互影响;③模拟复杂接触关系较为困难,随着接触面的增加,建

模效率大为降低,对复杂结构难以推广。相比弹簧阻尼模型,采用薄层单元模型模拟复杂装配结构的接触面特性更具优势。薄层单元模型最早由 Goodman 提出^[11],用于结构与地基接触面的力学分析,能较好地模拟接触面的错动与张开,在工程中主要通过改变薄层单元材料属性模拟接触面法、切向刚度和阻尼特性^[12-13]。近年来,薄层单元模型在螺栓连接形式的动力学建模方面得到了一些应用^[14-16],但这些研究大多基于简单结构,因而对实际工程中不同结构的通用性还需进一步验证。由于拉杆转子接触界面的复杂性,目前,对拉杆转子动力学建模的研究还不够成熟,对于拉杆转子接触界面的动力学建模理论和方法还需进一步研究。

本文基于薄层单元建模理论,提出了拉杆转子接触界面的薄层单元建模及修正方法,并将其应用于空气循环机拉杆转子的动力学建模。基于模态试验数据,采用分层模型修正方法依次对拉杆转子部件和薄层单元连接模型进行修正,通过识别的部件连接参数建立了能够准确反映接触界面特性的拉杆转子动力学预测模型,并基于该模型对实际结构的振动响应进行了预测,对方法的合理性进行了验证。

1 接触界面的薄层单元建模理论

空气循环机拉杆转子如图 1 所示,整个转子由一中心拉杆将风扇叶轮,压气机、涡轮、连接轴等压紧装配成一体,拉杆预紧后转子部件通过接触面连接,接触面形状为空心圆环面(端面)和圆柱面(柱面)。

采用线性本构关系的薄层单元能够近似地将接触面的复杂接触关系线性等效,无需定义接触关系和判断接触面的接触状态,通过改变薄层单元厚度和材料参数就能模拟接触面的连接刚度。以 8 节点四边形等参数薄层单元建立接触面连接

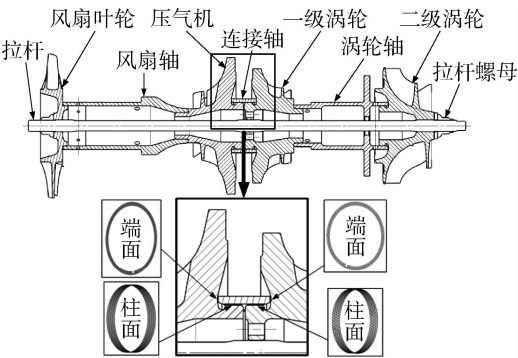


图 1 空气循环机拉杆转子结构示意图

Fig. 1 Schematic diagram of rod fastening rotor of air cycle machine

模型为例,假设薄层单元尺寸为 $l_1 \times l_2 \times t$,由虚功原理推导单元刚度矩阵^[17]为

$$\mathbf{K}^e = \int_0^{l_1} \int_0^{l_2} \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} t \, dx dy \quad (1)$$

式中 l_1, l_2, t 分别为薄层在总体坐标系下 x, y 和 z 方向的尺寸,假设 z 方向为厚度方向,通过等参变换,如图 2 所示,将薄层单元坐标从总体坐标系转换到局部坐标系,得到单元刚度矩阵如式(2)所示。

$$\mathbf{K}^e = \int_{V^e} \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} t \, dx dy = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} t \det(\mathbf{J}) \, d\xi d\eta \quad (2)$$

式中 $\mathbf{D}$ 为材料的弹性矩阵,反映了单元材料方面的特性, $\mathbf{B}$ 为单元几何矩阵, $\mathbf{J}$ 为单元的雅可比矩阵,表示总体坐标与局部坐标的关系,表达为

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/E & -\nu/E & -\nu/E \\ & 1/E & -\nu/E \\ & & 1/E \\ & & & \text{symmetry} \end{bmatrix}$$

式中 E 为弹性模量, G 为切变模量, μ 为泊松比。各向同性材料满足公式 $G = E/2(1 + \mu)$,可见,材料参数中仅有两个独立的变量。对于壳单元薄层,假设其厚度远小于其他两个方向的特征尺寸,通常认为 $\partial N_i / \partial x = \partial N_i / \partial y \approx 0, N_i (i = 1, 2, \dots, 8)$ 为平面 8 节点等参元形函数,由单元应变与单元节点位移之间的关系可知 $\epsilon_x = \epsilon_y = \gamma_{xy} \approx 0$,此时薄层单元的两个特征尺寸方向的内应变分量($\epsilon_x,$

式(3)的积分一般采用数值积分法求解,若薄层单元为曲面,采用三节点高斯积分公式计算可提高插值精度。薄层单元刚度矩阵 $\mathbf{K}^e$ 的表达式为

$$\mathbf{K}^e = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \mathbf{B}(\xi_i, \eta_j)^T \mathbf{D} \mathbf{B}(\xi_i, \eta_j) t \det[\mathbf{J}(\xi_i, \eta_j)] w_{\xi,i} w_{\eta,j} \quad (4)$$

式中 w_{ξ} 和 w_{η} 为高斯积分的权系数。

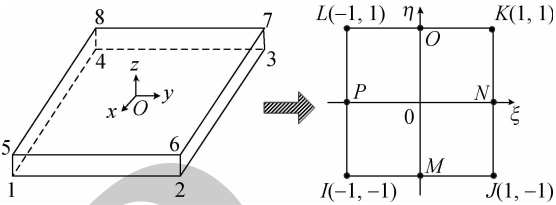


图 2 薄层单元等参变换

Fig. 2 Isoparametric transformation of thin-layer element

组合薄层单元的刚度矩阵和转子部件的单元刚度矩阵形成结构总体刚度矩阵 $\mathbf{K}$ 。不考虑薄层单元材料密度,结构总体质量矩阵 $\mathbf{M}$ 主要由转子部件的单元质量矩阵组合而成,从而建立无阻尼拉杆转子系统的动力学方程

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{K} \mathbf{u} = 0 \quad (5)$$

求解式(5)的特征值和特征向量,即可得到系统的模态频率和模态振型。由弹性力学基本方程可知,薄层单元的应变、应力和节点位移的关系为

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D} \boldsymbol{\epsilon} = \mathbf{D} \mathbf{B} \boldsymbol{\delta}^e \quad (6)$$

式中 $\boldsymbol{\delta}^e = [u_1 \ v_1 \ u_2 \ v_2 \ \dots \ u_8 \ v_8]^T$ 表示薄层单元节点位移。

在动力学分析中,若采用线性本构关系的各向同性材料建立薄层单元,其本构方程为

$$\frac{1}{G} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{bmatrix} = \mathbf{D}^{-1} \boldsymbol{\sigma} \quad (7)$$

ϵ_y, γ_{xy})和内应力分量($\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$)将被忽略。接触面法向和两个切向分别定义为薄层单元总体坐标的 z, x, y 方向,材料的本构方程将退化为

$$\begin{bmatrix} \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda + 2G & 0 & 0 \\ 0 & G & 0 \\ 0 & 0 & G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{bmatrix} = \mathbf{D} \boldsymbol{\epsilon} \quad (8)$$

式中 λ 为拉梅常数, $\lambda = G(2G - E)/(E - 3G)$,此时法向弹性常数与切向弹性常数是独立的,这

两个常数共同决定部件接触面的连接刚度。此外,薄层的厚度对连接刚度也有贡献,并对计算结果有一定影响,厚度过大则超出薄层单元的基本假设,弹性矩阵出现耦合项,将出现各个方向的耦合刚度,难以模拟接触面的力学特征,厚度趋于 0 时,雅可比行列式值趋于 0,导致求逆困难,单元几何矩阵 $\mathbf{B}$ 将无法求解,薄层单元厚度可依据单元网格尺寸进行选取,文献[18]定义单元网格长度与厚度的比例系数为

$$\lambda = \frac{\max(l_1, l_2)}{t} \tag{9}$$

式中 l_1 和 l_2 分别为四边形壳单元沿 x 和 y 方向的长度, t 为壳单元沿 z 方向的厚度。对于比例系数 λ 的选取,文献[19]对材料线性本构关系的薄层单元接触问题的研究表明, λ 取值在 10~100 时,结果较为满意。

2 拉杆转子的模型修正方法

2.1 基于分层思想的模型修正策略

为了提高仿真模型的预测精度,采用分层模型修正思想对拉杆转子进行动力学建模。分层思想^[20]是实现复杂结构的模型修正的重要策略之一,主要步骤为:①把复杂结构分成简单的子结构,基于参考数据对子结构模型进行修正;②分别将修正后的子结构进行连接建模,再对连接参数进行修正,从而获得复杂结构修正后的模型。基于分层思想的空气循环机拉杆转子系统的模型修正策略与流程如图 3 所示,首先,将拉杆转子系统分解为各个组成部件,基于部件几何模型建立三维实体有限元模型,以拉杆转子各部件模态测试数据为参考对其有限元模型进行修正,获得修正后转子部件模型;然后,对修正后转子各部件模型进行装配,采用薄层单元建立各部件装配接触面的连接参数模型,并基于拉杆预紧状态下的测试数据,对拉杆转子部件接触面的连接参数进行修正,最终获得修正后的拉杆转子系统模型。

2.2 模型修正方法

模型修正主要利用结构测试数据对有限元模型进行校准、相关分析、误差定位和模型修正,从而使预测模型和实际结构的特征差异在可接受的范围内^[21]。在修正过程中,预测模型修正参数的变化必须满足实际结构物理意义的约束条件,因此,模型修正问题又能看成是一类约束优化问题,其数学形式为

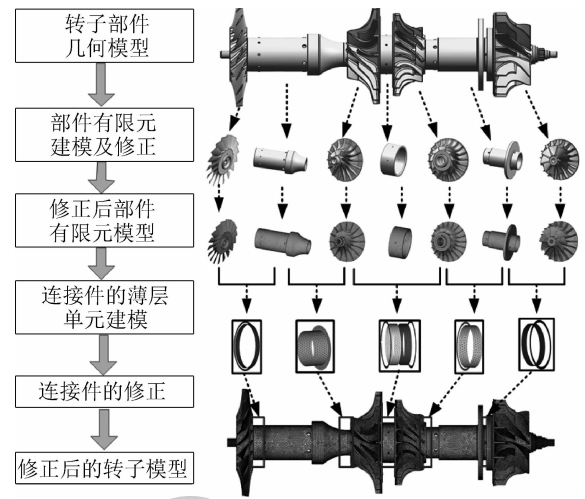


图 3 拉杆转子分层建模及修正流程

Fig. 3 Step by step modeling and updating process of rod fastening rotor

$$\begin{cases} \min & g(\mathbf{x}) = \|\mathbf{W}\mathbf{R}(\mathbf{x})\|_2^2 = \\ & \|\mathbf{W}(\mathbf{f}_r - \mathbf{f}_a(\mathbf{x}))\|_2^2 \\ \text{s. t.} & \mathbf{x}^l \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}^u \\ & \mathbf{f}_a^l(\mathbf{x}) \leq \mathbf{f}_a(\mathbf{x}) \leq \mathbf{f}_a^u(\mathbf{x}) \end{cases} \tag{10}$$

式中 $g(\mathbf{x})$ 为目标函数; $\mathbf{W}$ 为加权系数矩阵; $\mathbf{R}$ 为残差向量; $\mathbf{f}_r$ 、 $\mathbf{f}_a$ 分别为参考向量和预测向量。 $\mathbf{x} = [x_1, x_2, x_3, \dots, x_n]^T$ 为待修正变量,预测向量 $\mathbf{f}_a(\mathbf{x})$ 是设计变量的状态函数,通过约束状态函数的变化范围可提高最优解收敛的效率,上角标 u 和 l 分别表示变量的上、下界。

由于拉杆转子采用有限元实体单元建模,且存在多个薄层单元接触面,计算规模较大,需耗费大量计算资源,若修正参数过多则会降低修正的效率。为了提高修正效率,采用子问题逼近法^[22]并结合中心差分法灵敏度分析对拉杆转子进行修正。子问题逼近法将式(10)中带约束优化问题转化为无约束优化问题,目标函数表达为

$$F(\mathbf{x}, q_k) = g(\mathbf{x}) + g_0 q_k \left[\sum_{i=1}^n P(x_i) + \sum_{i=1}^m Q(f_i) \right] \tag{11}$$

式中 P 为设计变量的罚函数, Q 为状态变量的罚函数, g_0 为设计变量为初始值时参考目标函数值, $F(\mathbf{x}, q_k)$ 为无约束的目标函数,是设计变量 $\mathbf{x}$ 和响应面参数 q_k 的函数。每次设计变量的迭代都采用序列无约束极小化对方程进行求解,在优化过程中调整响应面参数 q_k 获得满足目标函数收敛公差收敛解。

中心差分法求解灵敏度的公式表达为

$$\begin{cases} \mathbf{S} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}_i} \approx \frac{\mathbf{f}(\mathbf{x}^{i+}) - \mathbf{f}(\mathbf{x}^{i-})}{2\Delta x_i} & i = 1, 2, \dots, m \\ \mathbf{x}^{i+} = (x_1, x_2, \dots, x_{i-1}, x_i + \Delta x_i, x_{i+1}, \dots, x_m) \\ \mathbf{x}^{i-} = (x_1, x_2, \dots, x_{i-1}, x_i - \Delta x_i, x_{i+1}, \dots, x_m) \end{cases} \quad (12)$$

式中 $\mathbf{S}$ 为灵敏度, $\mathbf{f}$ 为预测值, $\mathbf{x}$ 为待修正参数矩阵, Δx_i 为第 i 个修正变量的微小摄动值。

在模型修正过程中,通过振型相关性分析匹配模态振型,由于转子部件多为轴对称结构,存在大量的重根模态振型,为了提高重根模态振型的相关性,对传统的模态置信准则(MAC)加权处理得到基于系统等效缩减/扩展的正交系数(serep cross orthogonality check, SCO),量符号记为 C_{sco} 定义为

$$C_{\text{sco}}(\boldsymbol{\phi}_{r,i}, \boldsymbol{\phi}_{a,j}) = \frac{|\boldsymbol{\phi}_{r,i}^T (\boldsymbol{\phi}^+ \boldsymbol{\phi}^+) \boldsymbol{\phi}_{a,j}|^2}{[\boldsymbol{\phi}_{r,i}^T (\boldsymbol{\phi}^+ \boldsymbol{\phi}^+) \boldsymbol{\phi}_{r,i}][\boldsymbol{\phi}_{a,j}^T (\boldsymbol{\phi}^+ \boldsymbol{\phi}^+) \boldsymbol{\phi}_{a,j}]} \quad (13)$$

式中 $\boldsymbol{\phi}^+$ 为 $\boldsymbol{\phi}$ 的加号逆, C_{sco} 能较好地地区别出振型具有相位差的重根模态。 $C_{\text{sco}} = 1$, 表示参考振型与预测振型完全相关, $C_{\text{sco}} = 0$, 表示不相关, C_{sco} 的值越接近与 1, 两者的相关性越好。

3 拉杆转子的动力学模型修正

3.1 拉杆转子的模态试验

为了通过测试获得拉杆转子部件的重根模态,采用多参考点测试技术对部件进行测试,在结构不同位置同时放置加速度传感器作为固定参考点,采用移动力锤逐点遍历所有测点进行锤击测试。通常,将激振点的位置布置在远离结构振型节线的位置;选取振动速度较小的点作为锤击测试位置;选取关心的模态振型中平均位移响应最低的节点作为悬挂点。采用弹性绳近似模拟“自由-自由”边界条件,选择远离模态振型节线,并且位于结构模态最大响应位置作为加速度传感器的布置位置。由于篇幅限制,只给出了拉杆转子装配后进行模态测试的悬挂位置、测点及传感器布置位置,如图 4 所示。通过模态试验和分析获得部件和装配体的模态参数,包括模态频率、振型和阻尼比。

3.2 基于测试数据的转子部件模型修正

首先,基于模态试验分析结果对转子部件的有限元模型进行修正。采用 10 节点四面体单元对转子部件的几何模型自由分网,并定义材料参数,建立部件有限元模型。由于建模过程中模型

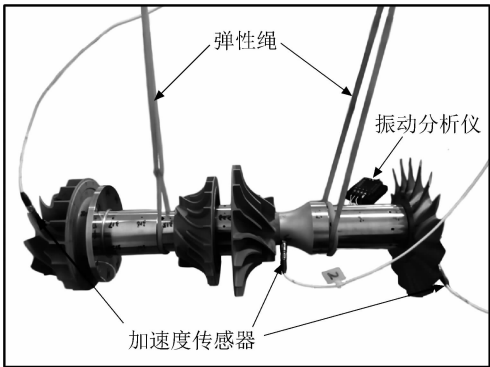


图 4 拉杆转子的模态测试

Fig. 4 Modal test of the rod fastening rotor

结构误差、网格离散误差、以及材料参数误差等不确定性因素的影响,导致有限元模型的分析结果与实际结构存在一定的误差,因而通过修正部件的有限元模型,能够减小建模过程中产生的误差。分别对拉杆转子的风扇叶轮、压气机、涡轮、拉杆等主要部件进行修正,修正参数选择为模型的弹性模量,目标函数定义为频率的函数,修正后的结果如表 1 所示。表 1 中变化率表征修正后弹性模量的变化,可知,修正后盘类零件的弹性模量升高了,而轴类零件的弹性模量却降低了,这主要由于部件的几何简化导致。盘类零件简化时去除了圆角、台阶面等几何特征,削弱了模型的刚度,而轴类零件简化时去除了圆孔等几何特征,增加了模型的刚度。通过修正弹性模量补偿模型削弱或增加的刚度,修正后各部件的频率误差明显降低了,相对于修正前得到了很大改善,这表明修正后的部件模型能够更准确地反映实际结构的动力学特性。

3.3 部件连接的薄层单元建模及修正参数的确定

通过修正得到拉杆转子部件模型后,接着,对部件连接的接触界面进行建模,形成转子装配模型。采用壳单元薄层建立接触界面的力学模型,设置壳单元薄层网格尺寸为 2 mm,取单元网格长度与厚度的比例系数 λ 为 20,薄层单元厚度为 0.1 mm,不考虑薄层单元质量。装配后拉杆转子的刚度主要由各部件刚度及接触界面的连接刚度组成。由于各部件模型的刚度已经得到修正,因此,拉杆转子模型和试验结果的误差主要由部件连接模型的刚度导致,通过改变薄层单元的材料参数对连接刚度的误差进行修正,从而提高仿真模型的预测精度。已知薄层单元的法向弹性常数和切向弹性常数分别决定接触面的法向刚度和切向刚度,共同影响转子的连接刚度,对于各向同性

表 1 拉杆转子部件模型修正前后的结果对比

Table 1 Comparison of results of rod fastening rotor components before and after updating

名称部件	模态数	变化率/%	修正前		修正后	
			最大频差/%	平均频差/%	最大频差/%	平均频差/%
压气机	4	5.9	4.4	3.8	1.6	1.1
风扇叶轮	14	10.1	4.6	3.6	3.2	1.4
压气机	4	5.9	4.4	3.8	1.6	1.1
一级涡轮	4	8.1	3.9	3.6	0.5	0.2
二级涡轮	21	7.4	4.2	3.1	1.4	0.7
风扇轴	4	−3.6	4.8	1.8	2.3	1.7
连接轴	5	−5.4	5.2	2.4	3.0	1.6
涡轮轴	6	−5.3	3.9	2.7	1.6	0.8

材料,薄层单元的法向刚度由弹性模量和切变模量共同决定,其切向刚度由切变模量决定。为了满足各向同性材料的弹性关系,即 $G=E/2(1+\mu)$,若定义薄层单元的泊松比 μ 与部件材料相同,则只需改变其余两个材料参数中的任何一个,便能同时改变接触的法向刚度和切向刚度,从而改变接触面的连接刚度。

图 5 给出了拉杆转子部件连接的薄层单元模型,通过建立薄层单元与相邻部件的约束方程实现薄层单元与部件的连接,此处将拉杆两端预紧螺母的接触界面作为刚性连接处理,因为螺母的连接接触面很小,其薄层单元模型的弹性模量变化对拉杆转子动力学特性的影响并不敏感,因而拉杆转子部件连接的接触面有 12 个,由端面 D1~D6 和柱面 C1~C6 组成,即 12 个待修正参数。当接触面为刚性连接时,对应薄层单元的弹性模量为 20 600 GPa,泊松比为 0.3,通过调整薄层单元的弹性模量对接触面连接刚度进行修正,以实现拉杆转子动力学特性的修正。

拉杆转子系统修正的频率范围内共包含 6 阶弯曲模态,分别包含水平和垂直方向的三阶弯曲振型,图 6 给出了模态测试获得的拉杆转子水平方向的前三阶模态振型,可见,与拉杆转子初始有限元模的分析振型基本一致,同样,垂直方向的前三阶弯曲振型与水平方向相似。选择薄层单元的弹性模量作为修正参数对拉杆转子模态频率进行修正。由于拉杆转子待修正的薄层单元较多,当修正参数的个数大于修正目标频率个数时,相当于解一个“不定方程”,此时满足条件的修正参数组合有无穷多个,可能导致修正问题的解不唯一,从而不容易收敛,对此,采用灵敏度分析缩减修正变量的个数,采用对拉杆转子模态频率灵敏度较高的薄层单元作为修正参数,能够显著提高修正的精度和效率。图 7 给出了 12 个修正参数中对目标函数影响较大的 6 个修正参数的灵敏度值,可知修正区域 D1、C1、D3、C3、D6、C6 的弹性模量对弯曲模态频率的影响较大。

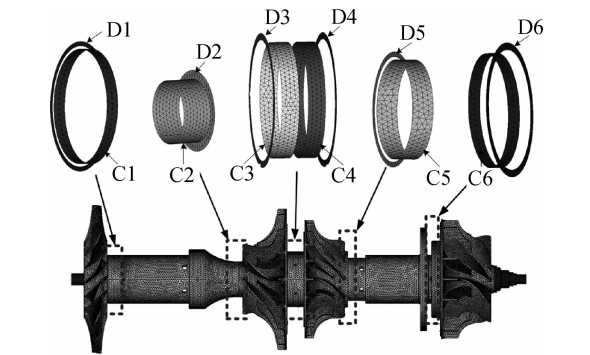


图 5 拉杆转子的薄层单元模型

Fig. 5 Rod fastening rotor model with thin-layer elements

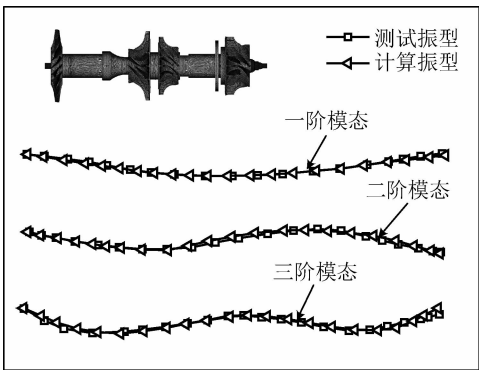


图 6 拉杆转子的试验模态振型

Fig. 6 Experimental mode shapes of the rod fastening rotor

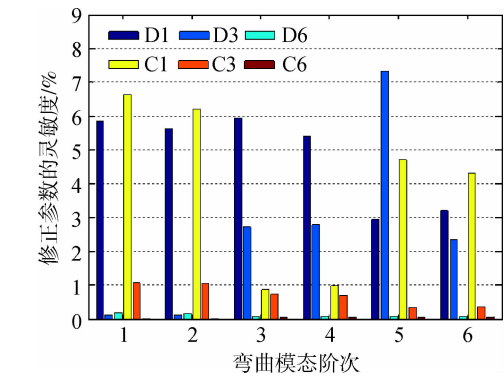


图 7 薄层单元弹性模量对弯曲模式频率的灵敏度
Fig. 7 Sensitivity of elastic modulus of thin-layer element to flexural modal frequency

3.4 预紧状态下拉杆转子的模型修正

当拉杆预紧力逐渐增大到某一值时,拉杆转子的动力学特性将趋于稳定,称为预紧饱和。以拉杆转子达到预紧饱和状态,对应拉杆预紧压力 12MPa 的模态试验数据为参考,对转子部件连接的薄层单元模型进行修正。选择图 5 中修正区域 D1、C1、D3、C3、D6、C6 的弹性模量作为修正参数,对应 $E_1 \sim E_6$,变化范围设为材料初始值 E^0 的 $10^{-2} \sim 10^2$ 倍,约束状态变量对应 6 阶弯曲模式频率,其变化范围取测试参考值 $\omega_j \pm 1\%$ 作为上限和下限,则修正问题描述为

$$\begin{cases} \min g(\mathbf{x}) & \mathbf{x} = (E_1, E_2, E_3, E_4, E_5, E_6)^T \\ 0.01E^0 \leq E_i \leq 100E^0 & i = 1, 2, \dots, 6 \\ 0.99\omega_j^0 \leq \omega_j \leq 1.01\omega_j^0 & j = 1, 2, \dots, 6 \end{cases} \quad (14)$$

目标函数构造为如下形式:

$$g(x) = \sum_{i=1}^6 W_i \left(1 - \frac{\omega_i^a}{\omega_i^t}\right)^2 \quad (15)$$

式中 ω_i^a 和 ω_i^t 分别为计算和测试频率,加权系数 W 设为 1,目标函数 $g(x)$ 的收敛公差 τ 设为 0.01,薄层单元初始弹性模量为 20 600 GPa,泊松比为 0.3。

修正参数的收敛曲线如图 8 所示,可见,修正后各个接触区域薄层单元的弹性模量明显小于初始值,表 2 给出了修正参数的收敛结果,可见,修正后薄层单元的弹性模量发生不同程度地降低,说明部件接触面的连接并非刚性连接,若作为刚性处理必将导致分析频率偏大,其中薄层单元 D1 的弹性模量变化最大,从原先的 20 600 GPa 下降到 65 GPa,说明该处接触面的连接刚度对转子前 6 阶弯曲模式频率的综合影响最大。表 3 给出了拉杆转子修正前后频率和振型的对比,修正前拉

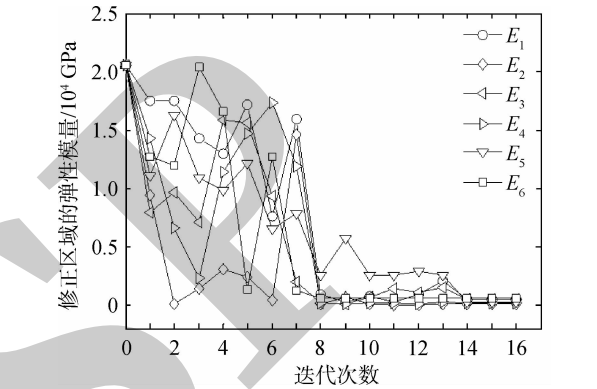


图 8 修正参数的收敛曲线
Fig. 8 Convergence curves of the updating parameters

表 2 修正参数的收敛结果		
Table 2 Convergence values of the updating parameters		
区域	弹性模量/GPa	
	初始值	收敛值
D1	20 600	650
D3	20 600	196
D6	20 600	636
C1	20 600	545
C3	20 600	507
C6	20 600	260

表 3 修正前后转子的频率和振型对比						
Table 3 Comparison of frequencies and SCO values of the rotor before and after updating						
阶次	试验频率/Hz	修正后频率/Hz	修正前频差/%	修正后频差/%	修正前 $C_{SCO}/\%$	修正后 $C_{SCO}/\%$
1	783.3	784.4	9.1	0.1	99.7	99.2
2	785.3	785.7	9.0	0.1	99.0	99.8
3	2267.1	2260.3	5.6	-0.3	96.0	97.3
4	2274.2	2267.6	5.3	-0.3	99.9	99.8
5	3766.6	3788.8	4.9	0.6	99.8	99.6
6	3795.2	3791.3	4.3	-0.1	99.7	98.3

杆转子前6阶弯曲模态最大频率误差为9.1%，平均频率相对误差为6.4%，修正后的最大频率误差为0.6%，平均频率相对误差为0.25%，修正后弯曲模态频率与测试结果十分接近，说明修正后薄层单元的弹性模量能够更准确地反映实际结构的连接刚度，模拟实际结构的动力学特性。修正后模型与测试模型的振型相关性与初始值相比变化不大，说明在修正范围内连接刚度对振型影响较小。

3.5 修正后模型的动力学响应预测

为了对薄层单元建模及修正方法的有效性进行验证，将测试获得的模态阻尼代入修正后的拉杆转子模型进行振动响应分析。图9和图10给出了计算与测试的频响函数对比。可见，在关心的频率范围内，修正后拉杆转子模型计算与测试的频响函数基本一致，尤其是转子前三阶弯曲模态附近的频响函数，与测试结果十分吻合。因此，

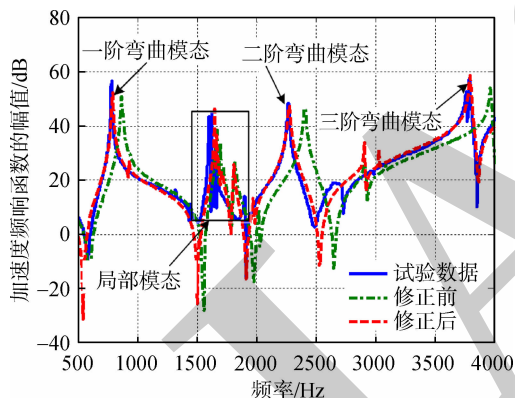


图9 修正后模型与测试模型原点频响函数对比

Fig. 9 Comparison of point frequency response functions of the updated model with test model

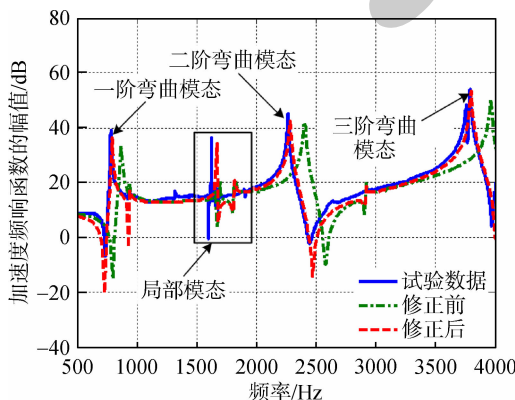


图10 修正后模型与测试模型跨点频响函数对比

Fig. 10 Comparison of transfer frequency response functions of the updated model with test model

通过修正接触界面的薄层单元模型可显著提高频响函数的预测精度，这说明修正后的模型能够比较准确反映实际结构的振动特性，具有很好的预测效果。除此之外，图9和图10中还出现了盘和叶片局部振动模态的响应，其频响函数预测值和测试值也基本一致，这些局部模态的误差主要取决于部件模型的精度，而修正薄层单元的弹性模量对这些模态几乎没有影响，薄层单元模型在拉杆转子动力学模型中主要表现为接触界面的刚度特性，对其余部件的结构刚度没有贡献，这表明薄层单元模型是合理的。

4 结论

1) 拉杆预紧饱和时部件的接触界面并非刚性连接，采用线性本构关系的薄层单元模型能够模拟预紧状态下接触界面的力学特性，通过调整薄层单元的弹性模量能够同时模拟接触界面的法向刚度和切向刚度。

2) 针对多个薄层单元修正参数的选择问题，采用灵敏度分析方法能够有效获得对拉杆转子动力学特性比较敏感的修正参数，从而提高了修正的精度和效率。

3) 通过分层模型修正方法能够对接界面的连接刚度进行准确识别，通过识别的薄层材料参数建立的拉杆转子动力学模型的预测精度很高，与试验结果基本一致，达到了很好的预测效果。

4) 薄层单元模型在拉杆转子模型中对其余部件的刚度几乎没有贡献，在进行分层模型修正时，如果部件模型的修正误差较大，可能导致薄层单元的材料参数无法识别或识别结果失去原有的物理意义。

参考文献：

- [1] 袁奇,高进,李浦,等. 重型燃气轮机转子结构及动力学特性研究综述[J]. 热力透平,2013,42(4):294-301.
YUAN Qi,GAO Jin,LI Pu, et al. A review for structure and dynamic characteristics of heavy-duty gas turbine rotor [J]. Thermal Turbine,2013,42(4):294-301. (in Chinese)
- [2] HE Peng, LIU Zhansheng, WANG Guilong, et al. Rotor dynamic analysis of tie-bolt fastened rotor based on elastic-plastic contact[R]. Vancouver, Canada: ASME 2011 Turbo Expo: Turbine Technical Conference and Exposition, 2011.
- [3] BOGRAD S, REUSS P, SCHMIDT A, et al. Modeling the dynamics of mechanical joints[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2011, 25(8): 2801-2826.

[4] BRIZMER V, KLIGERMAN Y, ETSION I. Elastic-plastic spherical contact under combined normal and tangential loading in full stick[J]. Tribology Letters, 2007, 25(1): 61-70.

[5] 李辉光, 刘恒, 虞烈. 周向拉杆转子系统非线性动力行为及稳定性[J]. 机械工程学报, 2011, 47(23): 82-91.
LI Huiguang, LIU Heng, YU Lie. Nonlinear dynamic behaviors and stability of circumferential rod fastening rotor system[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2011, 47(23): 82-91. (in Chinese)

[6] MACKERLE J. Finite Element Analysis of fastening and joining: a bibliography (1990-2002)[J]. International Journal of Pressure Vessels and Piping, 2003, 80(4): 253-271.

[7] 汪光明, 饶柱石, 夏松波, 等. 拉杆转子力学模型的研究[J]. 航空学报, 1993, 14(8): 419-423.
WANG Guangming, RAO Zhushi, XIA Songbo, et al. The analysis of mechanical model of rod fastening rotor[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 1993, 14(8): 419-423. (in Chinese)

[8] 卢明剑, 孙岩桦, 周健, 等. 拉杆组合转子的刚度修正及动力学建模[J]. 航空动力学报, 2016, 31(9): 2203-2209.
LU Mingjian, SUN Yanyue, ZHOU Jian, et al. Stiffness modification and dynamic modeling of a rod fastening rotor[J]. Journal of Aerospace Power, 2016, 31(9): 2203-2209. (in Chinese)

[9] 章圣聪, 王艾伦. 盘式拉杆转子的振动特性研究[J]. 振动与冲击, 2009, 28(4): 117-120.
ZHANG Shengcong, WANG Ailun. Analysis of vibration characteristics of a disk-rotor-fastening rotor[J]. Journal of Vibration and Shock, 2009, 28(4): 117-120. (in Chinese)

[10] 胡亮, 柳亦兵, 赵立, 等. 碰摩拉杆转子非线性动力学响应特性[J]. 动力工程学报, 2017, 37(7): 533-539.
HU Liang, LIU Yibing, ZHAO Li, et al. Nonlinear dynamic response characteristics of a rod fastening rotor with rub-impact faults[J]. Journal of Chinese Society of Power Engineering, 2017, 37(7): 533-539. (in Chinese)

[11] GOODMAN R E, TAYOR R L, BREKE T L. A model for the mechanics of jointed rock[J]. Journal of Soil Mechanics and Foundations, 1968, 94(3): 637-659.

[12] JALALI H, HEDAYATI A, AHMADIAN H. Modelling mechanical interfaces experiencing micro-slip/slap[J]. Inverse Problems in Science and Engineering, 2011, 19(6): 751-764.

[13] BOGRAD S, SCHMIDT A, GAUL L. Joint damping prediction by thin layer elements[R]. Bethel, CT: IMAC 26th Society of Experimental Mechanics Incorporation, 2008.

[14] AHMADIAN H, MOTTERSHEAD J E, JAMES S, et al. Modelling and updating of large surface-to-surface joints in the AWE-MACE structure[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2006, 20(4): 868-880.

[15] MAYER M H, GAUL L. Segment-to-segment contact elements for modelling joint interfaces in finite element analysis[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2007, 21(2): 724-734.

[16] 姜东, 吴邵庆, 史勤丰, 等. 基于薄层单元的螺栓连接结构接触面不确定性参数识别[J]. 工程力学, 2015, 32(4): 220-227.
JIANG Dong, WU Shaoqing, SHI Qinfeng, et al. Contact interface parameter identification of bolted joint structure with uncertainty using thin layer element method[J]. Engineering Mechanics, 2015, 32(4): 220-227. (in Chinese)

[17] 王勘成, 邵敏. 有限单元法基本原理和数值方法[M]. 2 版. 北京: 清华大学出版社, 1997.

[18] PANDE G N, SHARMA K G. On joint/interface elements and associated problems of numerical ill-conditioning[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2010, 3(3): 293-300.

[19] DESAI C S, ZAMAN M M, LIGHTNER J G, et al. Thin-layer element for interfaces and joints[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 1984, 8(1): 19-43.

[20] 朱跃, 张令弥, 郭勤涛. 基于分层思想对复杂工程结构的有限元模型修正技术研究[J]. 振动与冲击, 2011, 30(12): 175-180.
ZHU Yue, ZHANG Lingmi, GUO Qintao. Finite element model updating technique based on hierarchical method of complex engineering structure[J]. Journal of Vibration and Shock, 2011, 32(12): 175-180. (in Chinese)

[21] ZANG C P, EWINS D J. Model validation for structural dynamics in the aero-engine design process[J]. Frontiers in Energy, 2009, 3(4): 480-488.

[22] RAO S S. Engineering optimization: theory and practice [M]. New Jersey: John Wiley & Sons, 2009.

(编辑: 叶 青)